

## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

#### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.
- |           |   |                                 |   |      |   |            |
|-----------|---|---------------------------------|---|------|---|------------|
| פרק ראשון | — | אלגברה והסתברות                 | — | 20×2 | — | 40 נקודות  |
| פרק שני   | — | גאומטריה וטריגונומטריה          |   |      |   |            |
| פרק שלישי | — | במישור                          | — | 20×1 | — | 20 נקודות  |
|           |   | חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי      |   |      |   |            |
|           |   | של פולינומים, של פונקציות שורש, |   |      |   |            |
|           |   | של פונקציות רציונליות           |   |      |   |            |
|           |   | ושל פונקציות טריגונומטריות      | — | 20×2 | — | 40 נקודות  |
|           |   | סה"כ                            | — |      |   | 100 נקודות |

- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
  - (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
  - (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
  - (3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מן המשגיחים. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

**בהצלחה!**

המשך מעבר לדף ◀



## השאלות

**שים לב!** הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

### פרק ראשון – אלגברה והסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נגה רכבה על אופניים במסלול באורך מסוים, בארבע מהירויות קבועות שונות. בכל פעם, לאחר שעברה מקטע שאורכו רבע מן המסלול, היא הגבירה את מהירותה, ורכבה במהירות הגדולה פי 2 מן המהירות הקודמת. במקטע האחרון היא רכבה במהירות של 40 קמ"ש. נגה יצאה לדרך בשעה 8:00 בבוקר וסיימה את המסלול בשעה 11:45 בבוקר.

א. מהו אורך המסלול?

ב. דניאל יצא לדרך באותו מסלול בשעה 9:45, ונסע במהירות קבועה לאורך כל המסלול.

גם הוא הגיע לסוף המסלול בשעה 11:45.

באיזה מארבעת מקטעי המסלול פגש דניאל את נגה בפעם הראשונה, ובאיזו שעה?



2. נתונה הסדרה  $a_n = \frac{(2^n + 1)(2^n - 1)}{2^n}$ .

$b_n$  ו-  $c_n$  הן סדרות הנדסיות שכל איבריהן חיוביים, המקיימות לכל  $n$  טבעי:  $a_n = b_n - c_n$ .

נתון:  $c_3 = \frac{1}{8}$ ,  $b_6 = 64$ .

א. (1) מצא את  $b_1$  ואת המנה של הסדרה  $b_n$ .

(2) מצא את  $c_1$  ואת המנה של הסדרה  $c_n$ .

את סכום  $n$  האיברים הראשונים בסדרה  $a_n$  נסמן ב-  $A_n$ ,

את סכום  $n$  האיברים הראשונים בסדרה  $b_n$  נסמן ב-  $B_n$ ,

ואת סכום  $n$  האיברים הראשונים בסדרה  $c_n$  נסמן ב-  $C_n$ .

ב. הראה ש-  $C_n = B_n - A_n$ .

ג. עבור אילו ערכי  $n$  מתקיים האי-שוויון:  $0.9 < B_n - A_n < 1$ ?

3. בבית אבות גדול יש לכמה מן הדיירים קלנועית, ולשאר אין.

אם בוחרים באקראי 9 דיירים מבית האבות הזה, ההסתברות של- 4 מהם בדיוק

יש קלנועית גדולה פי 24 מן ההסתברות של- 6 מהם בדיוק יש קלנועית.

א. מהי ההסתברות שלדייר שנבחר באקראי יש קלנועית?

ב. בוחרים באקראי 6 דיירים מבית האבות. ידוע שלפחות ל- 3 מהם יש קלנועית.

מהי ההסתברות של- 4 מהם בדיוק יש קלנועית?

ג. בוחרים באקראי דיירים מבית האבות, בזה אחר זה, עד של- 3 מהם בדיוק יש קלנועית.

מהי ההסתברות שייבחרו בדרך זו בדיוק 6 דיירים?

## ◀ המשך בעמוד 4

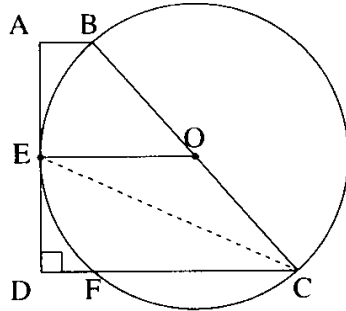


**פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור** (20 נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

**שים לב!** אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתון מעגל שמרכזו O.



ABCD הוא טרפז ישר זווית ( $AB \parallel DC$ ,  $\angle ADC = 90^\circ$ ).

הצלע AD משיקה למעגל בנקודה E,

והנקודות B ו-C נמצאות על המעגל כך ש-BC הוא קוטר.

הצלע DC חותכת את המעגל בנקודה F, כמתואר בציור.

א. הוכח:  $\angle BCD = 2\angle DEF$ .

ב. הוכח:  $\triangle ABE \cong \triangle DFE$ .

ג. הוכח:  $BC = DF + DC$ .

5. ABC הוא משולש שווה שוקיים ( $AB = BC$ ).

AF, CE, BD הם תיכונים במשולש,

הנחתכים בנקודה O (ראה ציור).

א. הוכח:  $S_{\triangle BOE} = S_{\triangle COD}$ .

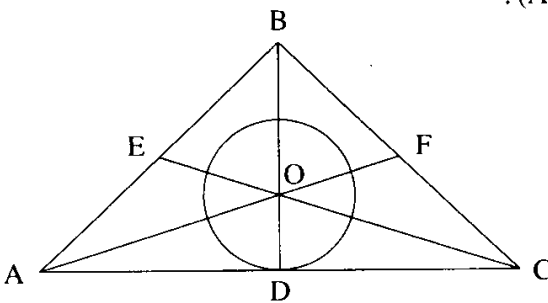
מעגל שמרכזו O משיק לצלע AC

בנקודה D.

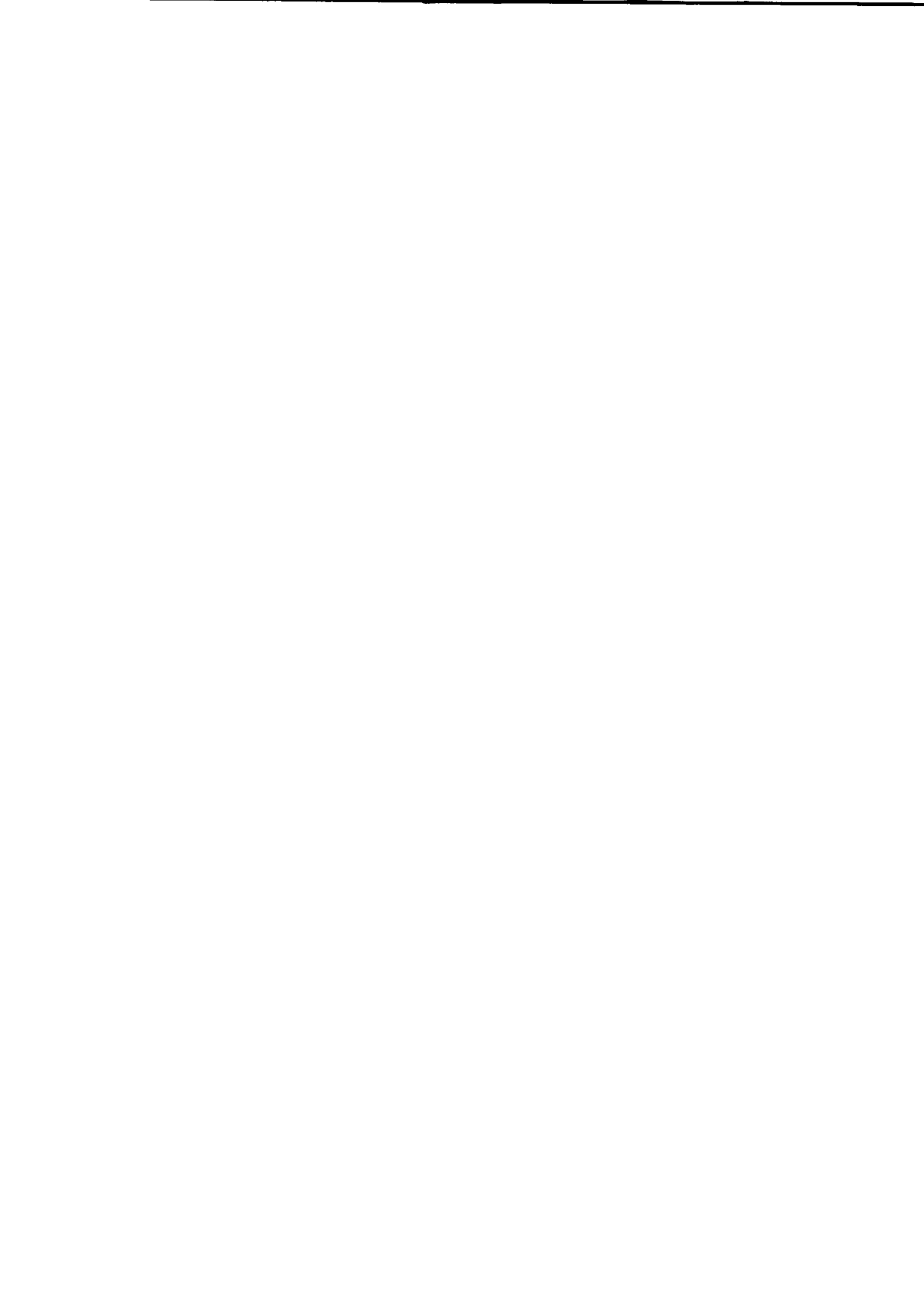
נתון כי שטח העיגול שווה לשטח המשולש AOC.

ב. חשב את גודל הזווית ACE.

ג. הבע את אורך הקטע OE באמצעות רדיוס המעגל.



◀ המשך בעמוד 5





**פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,  
של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות  
ושל פונקציות טריגונומטריות (40 נקודות)**

ענה על שתיים מן השאלות 6-8 (לכל שאלה — 20 נקודות).

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x-5}{\sqrt{x^2-10x+24}}$ .

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).  
 (3) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לצירים.  
 (4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).  
 (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה  $g(x)$  המקיימת:  $g(x) = f(x+5)$ .

- ב. (1) הוכח ש-  $g(x)$  היא פונקציה אי-זוגית.  
 (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

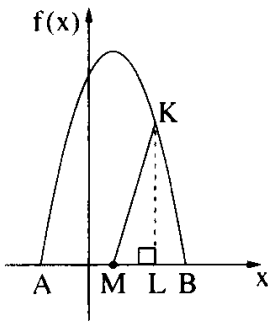
ג. הסבר מדוע לכל  $1 < a < b$  מתקיים השוויון:  $\int_a^b g(x) dx = \int_{a+5}^{b+5} f(x) dx$ .

◀ המשך בעמוד 6



7. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{2 \sin x}{\cos^3 x}$ .

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.  
 (3) מצא את האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).  
 ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  בתחום  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$ .  
 ג. נתון:  $0 < a < \frac{\pi}{2}$ .  
 השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , הישר  $x = a$  וציר ה- $x$  שווה ל-1.  
 מצא את  $a$ .



8. בציר שלפניך מתואר גרף הפונקציה  $f(x) = -x^2 + 2x + c$ .

- בתחום האי-שליליות שלה.  
 A ו-B הן נקודות החיתוך של הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .  
 נתון:  $x_B = 2t$ ,  $x_A = -t$  ( $t > 0$ ).  
 א. מצא את  $t$  ואת  $c$ .

- M היא נקודת החיתוך של ציר הסימטריה של הפרבולה עם ציר ה- $x$ .  
 K היא נקודה כלשהי על גרף הפונקציה  $f(x)$  מעל לציר ה- $x$ .  
 מהנקודה K הורידו אנך לציר ה- $x$ , החותך את הקטע AB בנקודה L.  
 ב. מצא עבור אילו שיעורי  $x$  של הנקודה K שטח המשולש KLM הוא מקסימלי.  
 מצא את שני הפתרונות האפשריים.  
 תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

### בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל  
 אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך



ר. ק. ג. נ. א. נ.

מס' ת.ד. 111

(806), 035581 ! 118100

22/5/2017 ר. ק. ג. נ. א. נ.

ר. נ. א. נ. - ר. ק. ג. נ. א. נ. ! 0140

ר. ק. ג. נ. א. נ. ! ר. ק. ג. נ. א. נ.



אלה  
①

x ק"מ אורך המלבן  
y ק"מ רוחב המלבן

$$\frac{\frac{x}{y}}{y} + \frac{\frac{x}{y}}{2y} + \frac{\frac{x}{y}}{4y} + \frac{\frac{x}{y}}{8y} = 3 \frac{3}{4} \leftarrow$$

$$8y = 40$$

$$y = 5$$

$$160 \cdot \left( \frac{x}{20} + \frac{x}{40} + \frac{x}{80} + \frac{x}{160} \right) = \frac{15}{4} \leftarrow$$

$$8x + 4x + 2x + x = 600$$

$$15x = 600$$

$$x = 40$$

אורך המלבן הוא 40 ק"מ

משך זמן שהמכוון יעבור בין הנקודות (לרוחב וק"מ) ד

$$2v = 40$$

ק"מ מהירות המכוון  $v = 20$   $\rightarrow$  ק"מ

משך זמן שהמכוון יעבור בין הנקודות (לרוחב וק"מ)  $5 \times 20 = 10$  ק"מ

$$\frac{1}{4} \times 20 = 5 \text{ ק"מ}$$

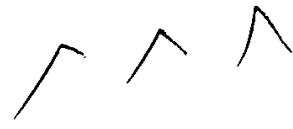
משך זמן שהמכוון יעבור בין הנקודות (לרוחב וק"מ)  $10 + 5 = 15$  ק"מ

① זמן שהמכוון יעבור בין הנקודות (לרוחב וק"מ)  $15 \times 20 = 300$  ק"מ

$$5 + 20t = 10 + 10t$$

$$10t = 5 \Rightarrow t = \frac{1}{2}$$

הפרש בין שני מספרים הוא 5, והפרש בין שני מספרים אחרים הוא 10. מה ההפרש בין הממוצעים?



$$a_n = \frac{(2^{n+1}) \cdot (2^n - 1)}{2^n}$$

$$a_n = \frac{2^{2n} - 1}{2^n}$$

←



(1) 100  
(2)

$$a_n = 2^n - \frac{1}{2^n}$$

$$a_n = b_n - c_n \quad (n \text{ ישר})$$

הפרש בין שני מספרים הוא 100, והפרש בין שני מספרים אחרים הוא 1000. מה ההפרש בין הממוצעים?

$$a_6 = b_6 - c_6$$

$$\leftarrow b_6 = 64$$

$$2^6 - \frac{1}{2^6} = 64 - c_6$$

$$64 - \frac{1}{64} = 64 - c_6$$

$$c_6 = \frac{1}{64}$$

$$c_3 = \frac{1}{8}$$

(n ישר)

(2)



$$\div \begin{cases} c_1 q^5 = \frac{1}{64} \\ c_1 q^2 = \frac{1}{8} \end{cases}$$

$$q^3 = \frac{1}{8}$$

$$c_1 q^2 = \frac{1}{8} \Leftrightarrow \boxed{q = \frac{1}{2}}$$

$$c_1 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8} \Rightarrow \boxed{c_1 = \frac{1}{2}}$$

~~$a_3 = b_3$~~

$$a_3 = b_3 - c_3$$

$$8 - \frac{1}{8} = b_3 - \frac{1}{8}$$

$$b_6 = 64$$

∴ w) |

$$b_3 = 8$$

$$\div \begin{cases} b_1 q^5 = 64 \\ b_1 q^2 = 8 \end{cases}$$

$$\boxed{q = 2}$$

$$\Leftrightarrow b_1 q^2 = 8$$

$$b_1 \cdot 2^2 = 8$$

$$\boxed{b_1 = 2}$$

$$C_n = \frac{c_1 [r^n - 1]}{r - 1}$$

ii

$$C_n = \frac{\frac{1}{2} \cdot \left[ \left( \frac{1}{2} \right)^n - 1 \right]}{-\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2^n}$$

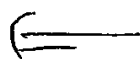
~~$$B_n = \frac{2^n \left[ \left( \frac{1}{2} \right)^n - 1 \right]}{2^n - 1} = 2^n / 2$$~~

~~$$A_n = 2^n / 2$$~~

∴ (1) is a sol

$$+ \begin{cases} a_1 = b_1 - c_1 \\ a_2 = b_2 - c_2 \\ a_3 = b_3 - c_3 \\ \vdots \\ a_n = b_n - c_n \end{cases}$$

$$\boxed{A_n = B_n - C_n}$$



$$0.9 < C_n < 1$$

iii

$$0.9 < 1 - \frac{1}{2^n} < 1$$

$$\text{∵ } 0.9 < 1 - \frac{1}{2^n} < 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2^n} > 0 \quad \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{2^n} < 1$$

$$\frac{1}{2^n} < 0.1 \quad \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{2^n} > 0.9$$

$$\Leftrightarrow 2^n > 10 \quad \Leftrightarrow (4)$$

$$2^h > 10 > 2^3$$

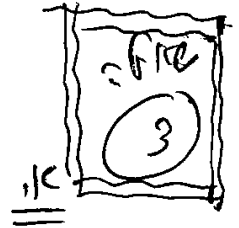
←

$$h > 3 \quad \Leftarrow$$

$$\boxed{h \geq 4} \quad \Leftarrow$$

^ ^ ^

$$\binom{9}{4} p^4 (1-p)^5 = 24 \cdot \binom{9}{6} p^6 (1-p)^3$$



$$126 p^4 (1-p)^5 = 24 \cdot 84 p^6 (1-p)^3 \quad \Leftarrow$$

$$126(1-p)^2 = 2016p^2 \quad \Leftarrow$$

$$(1-p)^2 = 16p^2$$

$$1 - 2p + p^2 = 16p^2 \quad \Leftarrow$$

$$15p^2 + 2p - 1 = 0 \quad \Leftarrow$$

$$15p^2 + 5p - 3p - 1 = 0$$

$$5p(3p+1) - 1(3p+1) = 0$$

$$(3p+1)(5p-1) = 0$$

$$p = \frac{1}{5} \quad \Leftarrow$$

$$\boxed{p = 0.2}$$

(5)

$$P\left(\begin{matrix} 3 \text{ successes} \\ \text{in } 6 \text{ trials} \end{matrix} \right) = \left[ \binom{6}{3} \cdot 0.2^3 \cdot 0.8^3 \right] + \left[ \binom{6}{4} \cdot 0.2^4 \cdot 0.8^2 \right] + \left[ \binom{6}{5} \cdot 0.2^5 \cdot 0.8 \right] + \left[ 0.2^6 \right]$$

$$= 0.08192 + 0.01536 + 0.001536 + 0.000064$$

$$= 0.09888$$

$$P\left(\begin{matrix} 4 \text{ successes} \\ \text{in } 6 \text{ trials} \end{matrix} \middle| \begin{matrix} 3 \text{ successes} \\ \text{in } 6 \text{ trials} \end{matrix}\right) = \frac{\binom{6}{4} \cdot 0.2^4 \cdot 0.8^2}{0.09888} \quad \leftarrow$$

$$= \frac{0.01536}{0.09888}$$

$$= 0.15534$$

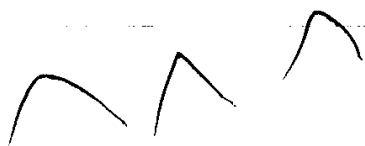


$$0.2 \times \binom{5}{2} \cdot 0.2^2 \cdot 0.8^3$$

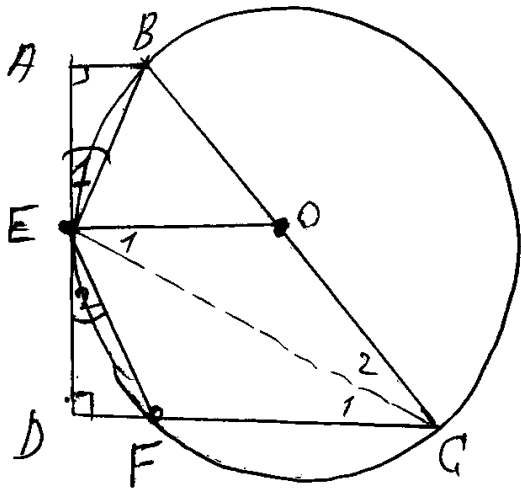
1.6

$$= 0.2 \times 0.2048$$

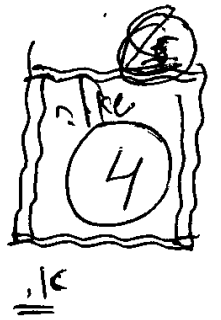
$$= 0.04096$$



(6)



$\angle E_1 = \angle C_2$   
 כיוון ש-DOEC הוא מרובע עגול



$\angle E_1 = \angle C_1$   
 משום ש-EBF הוא מרובע עגול  
 $\angle E_2 = \angle C_1$

(כיוון ש-EBF הוא מרובע עגול ו-DOEC הוא מרובע עגול)

$(\text{מכאן}) \angle C_2 = \angle C_1 \iff$

$\angle E_2 = \frac{1}{2} \angle BCD \iff$

$\angle BCD = 2 \angle DEF \iff$

(כיוון ש-EBF הוא מרובע עגול ו-DOEC הוא מרובע עגול)  
 $\angle E_1 = \angle C_2$

$(\text{מכאן}) \angle E_2 = \angle C_2 = \angle C_1$

$\angle E_1 = \angle E_2 \iff$

$(\text{מכאן}) \angle D = \angle A = 90^\circ$

$\overline{EB} = \overline{EF}$

כיוון ש-EBF הוא מרובע עגול  
 ש-EB = EF

(7)

$$\triangle ABE \cong \triangle DEF$$

←

(3, 3, 3 of)

$\triangle DEF$

$\triangle DEF$

$$BC = DF + DC$$

⊗

$$BC = 2R$$

2R

$$DF + DC = AB + DC = 2EO = 2R$$

⊗

[  $\triangle DEF$  is a right triangle with  $\angle E = 90^\circ$  ]

$$[ EO = \frac{1}{2} [AB + DC] \Rightarrow AB + DC = 2EO ]$$

$$BC = DF + DC$$

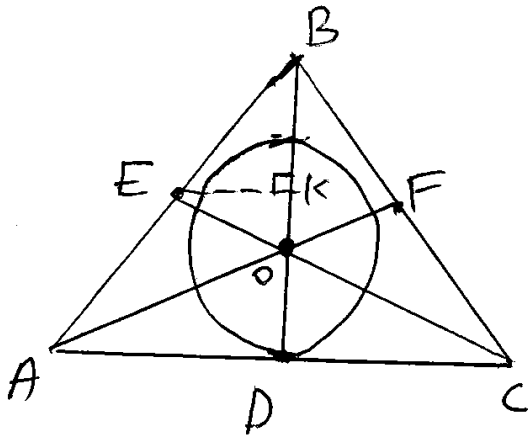
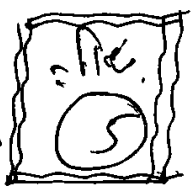
← ⊗

! ⊗ - N



⊗

EBU v fionna caile EK !!!!!



$$\begin{aligned}
 S_{\triangle BOE} &= \frac{2}{3} \overline{BD} \cdot EK \cdot \frac{1}{2} && \leftarrow \frac{EK}{2} \\
 &= \frac{1}{3} \overline{BD} \cdot \frac{1}{2} \overline{AD} && \text{(I)} \\
 &= \frac{1}{6} \overline{BD} \times \overline{AD}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S'_{\triangle COD} &= \frac{1}{3} \overline{BD} \times \overline{AD} \times \frac{1}{2} \\
 &= \frac{1}{6} \overline{BD} \times \overline{AD} \quad \text{(II)}
 \end{aligned}$$

$$S_{\triangle BOE} = S'_{\triangle COD} \quad \leftarrow \text{II, I}$$

$$\overline{EK} = \frac{1}{2} \overline{AD} \quad \text{D'YA}$$

BAD v fionna praxna vep ED . ?

$\triangle AOC$  n'el caile fionna n'el !!!!!  $\frac{2}{11}$

$$\pi \cdot R^2 = \frac{1}{2} \overline{AC} \times \overline{OD}$$

$$\overline{OD} = R \quad \text{w/k}$$

$$\pi \overline{OD}^2 = \overline{DC} \times \overline{OD} \quad \leftarrow$$

$$\frac{\overline{OD}}{\overline{DC}} = \frac{1}{\pi} \quad \leftarrow$$

$$\tan \angle ACE = \frac{OD}{DC} \quad \leftarrow$$

$$\tan \angle ACE = \frac{1}{\pi} = 0.31847 \quad \leftarrow$$

$$\angle ACE = 17.66^\circ \quad \leftarrow$$

Find OE given that OC = 2OE

$$OC = 2OE \quad \leftarrow \quad OE = \frac{1}{2}OC$$

$$\sin 17.66 = \frac{OD}{OC} \quad \leftarrow$$

$$0.3034 = \frac{R}{2OE} \quad \leftarrow$$

$$OE = \frac{R}{2 \times 0.3034} = 1.648R \quad \leftarrow$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha}$$



$$\sin^2 \alpha = 1 - \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha}$$



$$\sin^2 \alpha = \frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

$$\tan \angle ACE = \frac{1}{\pi} \quad \rightarrow \text{Jawab dir}$$

$$\sin^2 \angle ACE = \frac{\tan^2 \angle ACE}{1 + \tan^2 \angle ACE} = \frac{\frac{1}{\pi^2}}{1 + \frac{1}{\pi^2}} = \frac{1}{1 + \pi^2}$$

: pff

$$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \pi^2}}$$

$$\angle \alpha = \angle ACE$$

$$\sin \alpha = \frac{R}{2OE} \quad \text{dir}$$

$$\frac{R}{2OE} = \frac{1}{\sqrt{1 + \pi^2}} \quad \Leftarrow$$

$$OE = \frac{R \cdot \sqrt{1 + \pi^2}}{2} = 0.1648R$$

←



$$f(x) = \frac{x-5}{\sqrt{x^2-10x+24}}$$

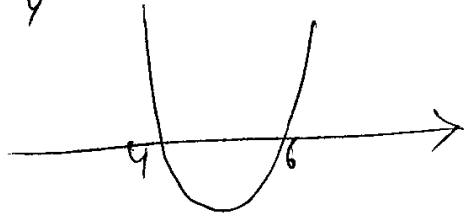
:סגסגס פונק (1) =

$$x^2 - 10x + 24 > 0$$

:סגסגס פונק (2)

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 96}}{2}$$

$$x = \frac{10 \pm 2}{2} \begin{matrix} / 6 \\ \backslash 4 \end{matrix}$$



$x < 4$  ו  $x > 6$

:סגסגס פונק (3) ←

$$(0, -1, 02) = (0, \frac{-5}{\sqrt{24}})$$

:סגסגס פונק (2)  
: X ~ ~ ~

$$x-5=0 \Rightarrow x=5$$

:סגסגס פונק (1) כפ סגסגס

X :סגסגס פונק (1) כפ סגסגס

:סגסגס פונק (3)  
:סגסגס פונק (3)

$$x=4, x=6$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{1-0}{\sqrt{1-\frac{10}{x}+\frac{24}{x^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1}} = 1 \Rightarrow y=1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1 \Rightarrow \boxed{y=-1}$$

12

$$f' = \frac{1 \cdot \sqrt{x^2 - 10x + 24} - \frac{1}{2\sqrt{x^2 - 10x + 24}} \cdot (2x - 10) \cdot (x - 5)}{x^2 - 10x + 24} = 0 \quad (4)$$

⇐

$$2(x^2 - 10x + 24) - (2x - 10)(x - 5) = 0$$

$$2x^2 - 20x + 48 - (2x^2 - 10x - 10x + 50) = 0$$

$$\cancel{2x^2} - 20x + 48 - \cancel{2x^2} + 10x + 10x - 50 = 0$$

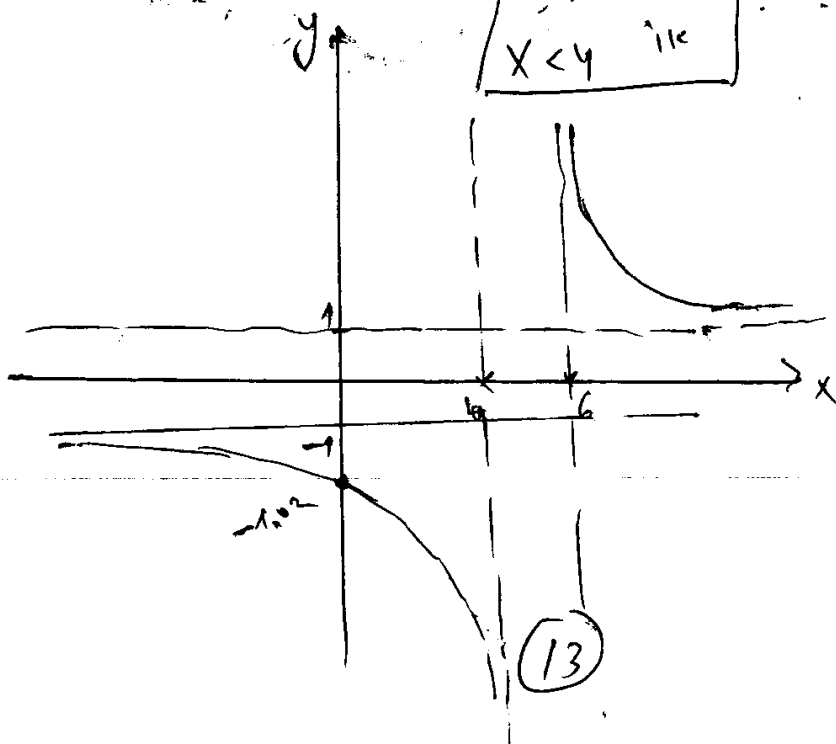
$$-2 = 0$$

| : 13. p | : 1c ⇐

X	0	4	6	7
f'	-	∞	∞	-

→

$\begin{matrix} X > 6 \\ X < 4 \end{matrix}$  : 1c ⇐



(5)

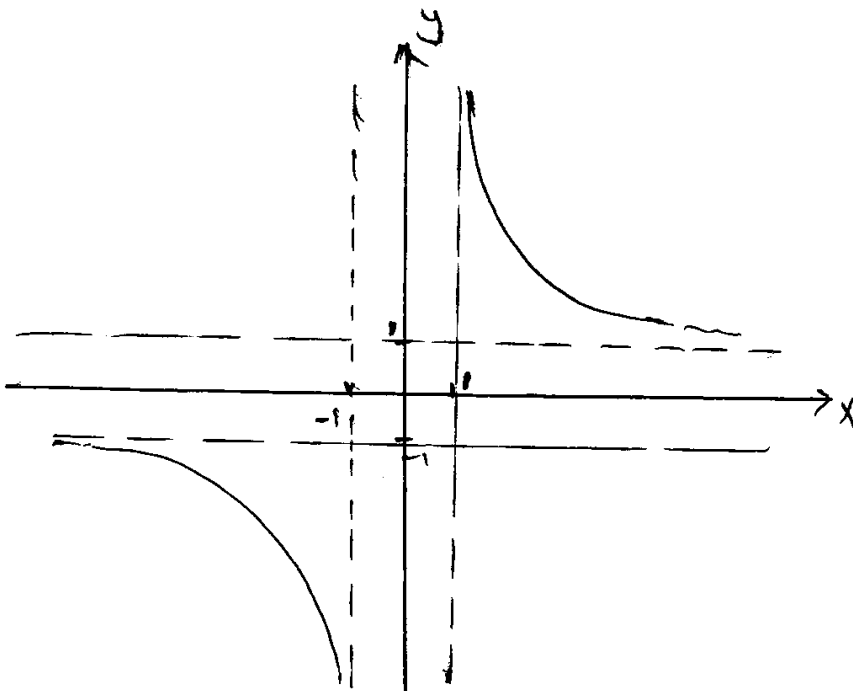
$$\frac{x}{\sqrt{x^2-1}} = \frac{x+5-5}{\sqrt{(x+5)^2 - 10(x+5) + 24}} = g(x) = f(x+5) \quad (1)$$

$$g(-x) = f(-x+5) = \frac{-x+5-5}{\sqrt{(-x+5)^2 - 10(-x+5) + 24}}$$

$$\Rightarrow g(-x) = \frac{-x}{\sqrt{x^2 - 10x + 25 + 10x - 50 + 24}} = \frac{-x}{\sqrt{x^2-1}} = -g(x)$$

$$\rightarrow f+5 \text{ is } \text{an } g(x) \Leftarrow$$

for the function  $f(x)$  is a curve  $y = \frac{1}{x}$  (2)  
 $\Rightarrow$  for the function  $g(x)$  for  $x > 1$   
1/50



-2 / 1116 = 10000 1 < a < b for 1/32 2000 16

$$\int_a^b g(x) dx = \int_{a+h}^{b+h} f(x) dx$$

$$\int_a^b \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} dx = \sqrt{x^2-1} \Big|_a^b = \sqrt{b^2-1} - \sqrt{a^2-1} \quad (*)$$

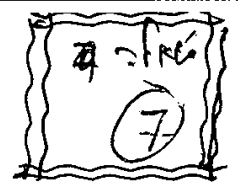
$$\int_{a+h}^{b+h} \frac{x-5}{\sqrt{x^2-10x+24}} dx = \sqrt{x^2-10x+24} \Big|_{a+h}^{b+h} = \sqrt{(b+h)^2-10(b+h)+24} - \sqrt{(a+h)^2-10(a+h)+24}$$

$$= \sqrt{b^2-1} - \sqrt{a^2-1} \quad (**)$$

$$\int_a^b g(x) dx = \int_{a+h}^{b+h} f(x) dx \quad \leftarrow (**), (*)$$



$$f(x) = \frac{2\sin x}{\cos^3 x}$$



100980 P1111 (1)  $\stackrel{K}{=}$

$$\cos^3 x \neq 0$$

$$\cos x \neq 0 \iff$$

$$\boxed{x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi} \iff$$

(0,0)  $\stackrel{y}{\text{2.3}} \text{ P6 P11.11} \quad (2)$

$2\sin x = 0$   $\stackrel{x}{\text{2.3}} \text{ P11.11}$

$$\sin x = 0$$

$$x = \pi k$$

$$(\pi k, 0) \iff$$

$(\pi k, 0)$   $\stackrel{y}{\text{2.3}} \text{ P11.11} \quad (0,0)$

$\therefore P = \{0, \pi, 2\pi, \dots\} \cup \{\pi, 2\pi, 3\pi, \dots\} = \{\pi k, 0\}$

$\cos x = 0$   $\stackrel{x}{\text{2.3}} \text{ P11.11} \quad (3)$

$$\boxed{x = \frac{\pi}{2} + \pi k}$$

$\therefore P = \{0, \pi, 2\pi, \dots\} \cup \{\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots\}$

$$f'(x) = \frac{2\cos x \cdot \cos^3 x - 2\sin x \cdot 3\cos^2 x \cdot (-\sin x)^{(4)}}{\cos^6 x} = 0$$

$$2\cos^4 x + 6\sin^2 x \cos^2 x = 0 \quad (*)$$

$$2\cos^2 x \cdot (\cos^2 x + 3\sin^2 x) = 0$$

$$\cos^2 x = 0 \quad \Leftarrow$$

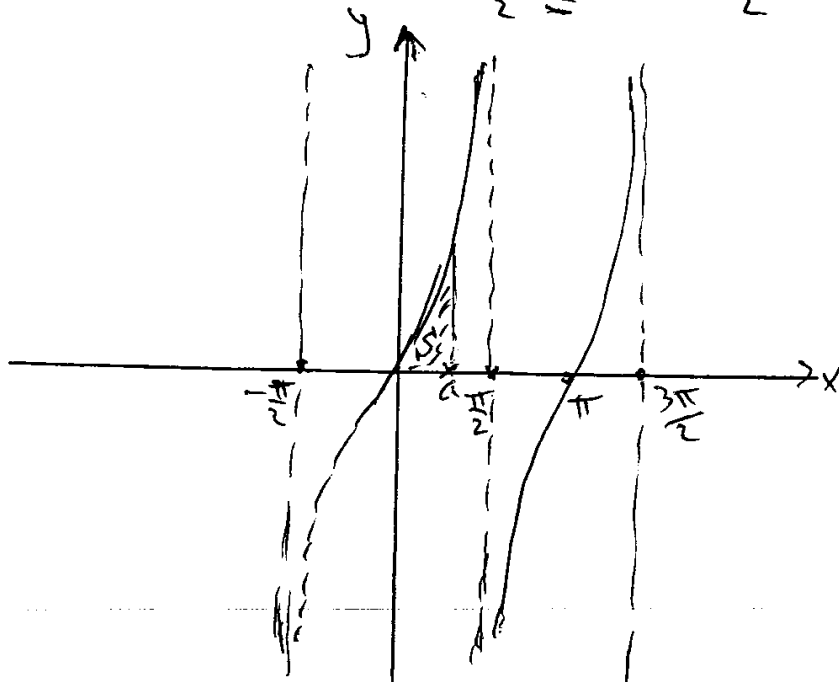
$$\text{p/n/n/n } x(\Rightarrow) \quad x = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$\cos^2 x = 3\sin^2 x$$

$$\cdot \int \cdot \int \cdot \int \quad \int \cdot \int \quad \Leftarrow \quad \tan^2 x = \frac{1}{3} \quad \Leftarrow$$

$f(x) = f(x)$   $\Leftarrow f'(x) > 0 \quad \Leftarrow$   $\otimes$   $\cdot \int \cdot \int$   $\cdot \int \cdot \int$

$$-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2} \quad \text{p/n/n/n } \underline{\underline{\text{p}}}$$



$$0 < a < \frac{\pi}{2} \quad \text{f. u.} \quad \text{ii. e.}$$

$$\int_0^a \frac{2 \sin x}{\cos^3 x} dx = 1 \quad \text{! f. u.}$$

$$\frac{2 \sin x}{\cos^3 x} = (2 \tan x) \cdot \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\frac{1}{\cos^2 x} dx = dx \quad \Leftrightarrow \quad \tan x = u \quad \Leftarrow$$

$$\int_0^a \frac{2 \sin x}{\cos^3 x} dx = \int_0^a 2u dx \quad \Leftarrow$$

$$= \frac{u^2}{2} \Big|_0^a = \frac{\tan^2 x}{2} \Big|_0^a = \frac{\tan^2 a}{2} - 0 = 1$$

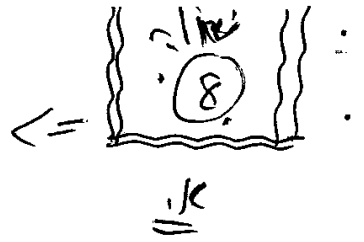
$$\Rightarrow \tan a = 1 \quad \text{or} \quad \tan a = -1$$

$$\Rightarrow \boxed{a = \frac{\pi}{4}} \quad a = -\frac{\pi}{4}$$

$$0 < a < \frac{\pi}{2} \quad \text{! f. u.} \quad \Downarrow \quad \boxed{a = \frac{\pi}{4}}$$







$$C = t^2 + 2t \iff \begin{cases} -t^2 + 2t + c = 0 \\ -4t^2 + 4t + c = 0 \end{cases}$$

$$-4t^2 + 4t + t^2 + 2t = 0$$

$$-3t^2 + 6t = 0$$

$$t(-3t + 6) = 0$$

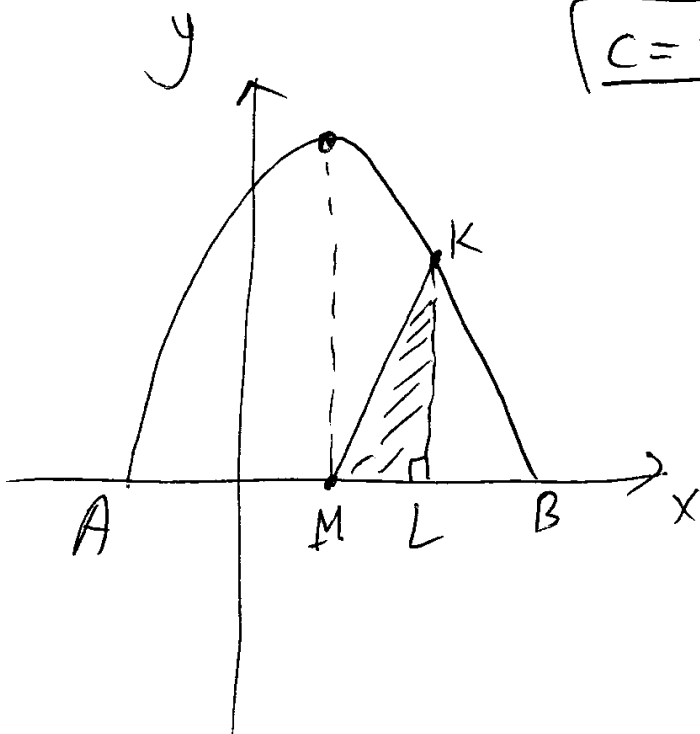
$$t = 0 \text{ or } t = 2$$

$t > 0$   $\therefore t = 2$  is the solution

$$t = 2 \text{ is the solution}$$

$$C = 8$$

$$t = 2$$



$$f(x) = -x^2 + 2x + 8$$

$$x_M = \frac{-2}{-2} = 1$$

$$x_L = x_K = x$$

$$S_{\triangle KLM} = \frac{(x-1) \cdot (-x^2 + 2x + 8)}{2}$$

$$f(x) = \frac{(x-1) \cdot (-x^2 + 2x + 8)}{2} \quad (I)$$

$$f(x) = \frac{(1-x) \cdot (-x^2 + 2x + 8)}{2} \quad (II) \quad (19)$$

(II)

(I)

$$f' = \frac{-1(-x^2+2x+8) + (1-x)(-2x+2)}{2}$$

$$f' = \frac{1(-x^2+2x+8) + (x-1)(-2x+2)}{2} = 0$$

$$f' = \frac{x^2-2x-8-2x+2+2x^2-2x}{2}$$

$$-x^2+2x+8-2x^2+2x+2x-2=0$$

$$f' = \frac{3x^2-6x-6}{2} = 0$$

$$-3x^2+6x+6=0 \quad | : -3$$

$$x^2-2x-2=0$$

$$x^2-2x-2=0$$

$$x = \begin{cases} 1+\sqrt{3} \\ 1-\sqrt{3} \end{cases}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+8}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{2}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 \times 3}}{2} = \frac{2 \pm 2 \cdot \sqrt{3}}{2}$$

$$x = \begin{cases} 1+\sqrt{3} \\ 1-\sqrt{3} \end{cases}$$

X	-1	$1-\sqrt{3}$	0	$1+\sqrt{3}$	3
f'	-	0	+	0	-

Intervall  $x \in [1-\sqrt{3}, 1+\sqrt{3}]$  ist  $f'$  positiv (I)

Intervall  $x \in [1+\sqrt{3}, 3]$  ist  $f'$  negativ (II)

X	-1	$1+\sqrt{3}$	0	$1-\sqrt{3}$	1
f'	+	0	-	0	-

^ ^ ^ (20) ^ ^ ^